$\Rightarrow S((BJ)) = (BO)$.

* $S((BO))$ est la droite perpendiculaire à (BO) passant par $J'=S(O)$
$\Rightarrow S((BO)) = (BJ')$.

Ainsi $\{S(B)\} = (BO) \cap (BJ') = \{B\}$

Par suite $S(B) = B$. alors B est le centre de S.

c- $S(B) = B$ et $S(J) = O \Rightarrow \dfrac{BO}{BJ}$ est le rapport de S

$\oplus \dfrac{BO}{BJ} = \cot g\left(\widehat{BOJ}\right)$ **car** BOJ est rectangle en B

$= \cot g\left(\widehat{BOA}\right)$ **car** $J \in [OA]$

$= \dfrac{AO}{BA} = 2.$

3/a- $\sigma(J) = O$ et $\sigma(O) = J' \Rightarrow \dfrac{J'O}{OJ}$ est le rapport de σ

Or $\dfrac{J'O}{OJ} = 2$ est aussi le rapport de S puisque $S(J)=O$ et $S(O) = J'$

Ainsi le rapport de σ est 2.

b- le rapport de σ est 2 différent de $1 \overset{th}{\Rightarrow} \sigma$ admet un unique point invariant.

c- $\sigma \circ \sigma(J) = \sigma[\sigma(J)] = \sigma(O) = J'$.

· σ est de rapport 2 et de centre $\Omega \overset{th}{\Rightarrow} \sigma \circ \sigma = h_{(\Omega,2^2)}$ (l'homothétie de centre Ω et de rapport $2^2 = 4$).

Or on vient de montrer que $\sigma \circ \sigma(J) = J'$ ce qui donne $h_{(\Omega,4)}(J) = J'$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega J'} = 4\overrightarrow{\Omega J}$ donc $\Omega \in (JJ')$.

d- · $\overrightarrow{\Omega J'} = 4\overrightarrow{\Omega J} \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega J} + \overrightarrow{JJ'} = 4\overrightarrow{\Omega J} \Leftrightarrow -3\overrightarrow{\Omega J} = -\overrightarrow{JJ'}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{J\Omega} = \dfrac{-1}{3}\overrightarrow{JJ'}$ ce qui permet de construire Ω.

· Ω est le centre de σ qui transforme J en O

$\Rightarrow$ l'axe D de σ porte la bissectrice interieure de $[\Omega J, \Omega O]$.

EXERCICE 2

1/ $z^2 - 2z + 1 + a^2 = 0$

$(\Delta' = (-1)^2 - (1 + a^2) = -a^2 = (ia)^2)$

$\Leftrightarrow z = 1 - ia$ ou $z = 1 + ia$

Conlusion : $S_{\mathbb{C}}^{E} = \{1 - ia\ ;\ 1 + ia\}$.

2/a- · $\text{aff}\left(\overrightarrow{OA}\right) = 1 - i(a_1 + ia_2) = 1 + a_2 - ia_1 \Rightarrow \overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} 1+a_2 \\ -a_1 \end{pmatrix}$

· $\text{aff}\left(\overrightarrow{OB}\right) = 1 + i(a_1 + ia_2) = 1 - a_2 + ia_1 \Rightarrow \overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} 1 - a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$

O, A et B sont alignés $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont colinéaires